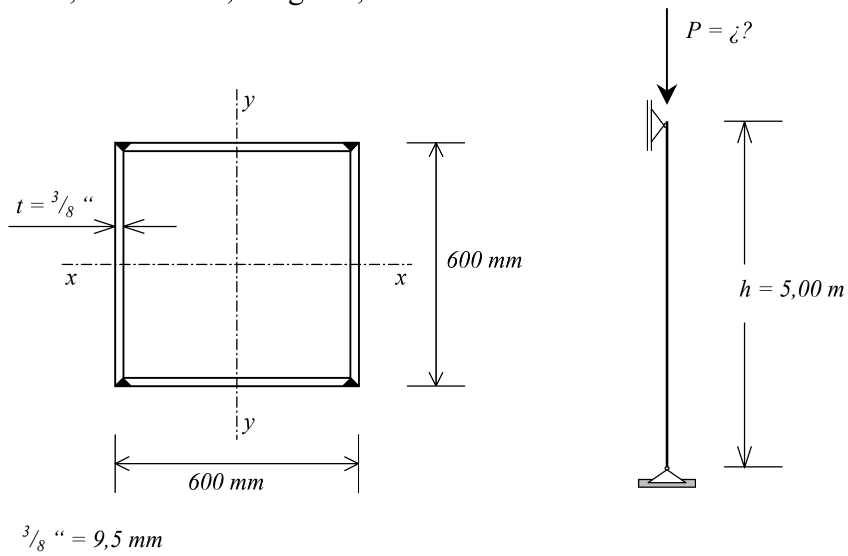
Abollamiento
Ejercicios

Ejercicio Nº 1

Determinar la carga admisible a compresión de la siguiente columna:
Datos: F-24, Recaudo II, Cargas P, Destino B.



Tendremos que:

$\gamma = 1{,}6$; $\sigma_F = 2.400\ kg/cm^2$; $\sigma_{adm} = 2.400 / 1{,}60 = 1.500\ kg/cm^2$

Area Ω:
$\Omega = (60 \times 60\ cm^2 - 58{,}1 \times 58{,}1\ cm^2) = 224{,}39\ cm^2$

Inercias I_x, I_y:
$I_x = I_y = (1/12) \times (60^4 - 58{,}1^4) = 130.438{,}09\ cm^4$

Radios de giro i_x, i_y:

$$i_x = i_y = \sqrt{\frac{I_x}{\Omega}} = \sqrt{\frac{130.438{,}09}{224{,}39}} = 24{,}11\ cm$$

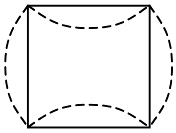
Esbeltez λ:
$\lambda = 500 / 24{,}11 = 20{,}738 \cong 21$

Según CIRSOC 302, pág. 11: *para* $\lambda = 21 \rightarrow \omega = 1{,}20$

$$P_{adm}^{\ Pandeo} = \frac{\Omega \times \sigma_{adm}}{\omega} = \frac{224{,}39 \times 1500}{1.20} = 280.487{,}50\ kg$$

Esta carga obtenida es la carga admisible al pandeo de la pieza.

Veamos si hay abollamiento prematuro.
CIRSOC 302 § 2.3: Nuestro caso no corresponde a ninguna sección tipo de la figura 11, pero podemos intentar una extensión de los casos especificados. Las placas abollarán en la siguiente forma:



Girarán sin restricciones y corresponderán al caso a), b) ó c).

Para $\lambda < 75$ (nuestro caso) debe ser $h / t \leq 45$ para que no exista abollamiento prematuro.

$$\frac{h}{t} = \frac{581}{9{,}5} = 61{,}157 \; > \; 45$$

Por lo tanto habrá abollamiento prematuro.

$$\sigma_e = 0{,}901 \times E \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0{,}901 \times 2.100.000 \times (9{,}5 / 581)^2 = 505{,}87 \cong 506 \; kg/cm^2$$

$$\alpha = \frac{a}{b} = 5.000 / 581 = 8{,}60 > 1 \quad \Rightarrow \quad k = 4 \qquad \text{(por Bryan)}$$

$$\sigma_{Ki} = k \times \sigma_e = 4 \times 506 \; kg/cm^2 = 2.024 \; kg/cm^2 > \sigma_p = 1.920 \; kg/cm^2$$

Debemos pasar de la hipérbola de Euler a la curva de Engesser. Para ello vamos a Tabla 11 del CIRSOC 302, y para:

$$\sigma_{Ki} = 2.024 \; kg/cm^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_K = 1.984 \; kg/cm^2$$

Este resultado se obtuvo por la siguiente interpolación:

$$\sigma_{VKi} = 200 \; N/mm^2 \longrightarrow \sigma_{VK} = 197{,}4 \; N/mm^2$$
$$\sigma_{VKi} = 202{,}4 \; N/mm^2 \longrightarrow \sigma_{VK} = 198{,}4 \; N/mm^2$$
$$\sigma_{VKi} = 210 \; N/mm^2 \longrightarrow \sigma_{VK} = 201{,}6 \; N/mm^2$$

Para hallar la tensión admisible al abollamiento debemos dividir por el coeficiente de seguridad. Puede ser:

$$\gamma_B \geq \begin{cases} 0{,}93 \times \gamma \\ \gamma_k : \text{Coeficiente de seguridad de Engesser para la columna calculada por Euler.} \end{cases}$$ (C. 302 – 6.2.5)

Calculemos la columna por Euler:

$$\sigma_{ki} = E \times \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \lambda = 21 \quad \rightarrow \quad \sigma_k \quad \rightarrow \quad \text{Tabla 11} \quad \rightarrow \quad \rho$$

Podemos ir directamente a la Tabla 3 del CIRSOC 302-1:

$$\lambda = 20 \longrightarrow \rho = 1{,}19$$
$$\lambda = 21 \longrightarrow \rho = 1{,}194 = \frac{\gamma_K}{\gamma}$$
$$\lambda = 25 \longrightarrow \rho = 1.21$$

Por lo tanto, el coeficiente de seguridad de Engesser será:

$$\gamma_K = 1{,}194 \times \gamma = 1{,}194 \times 1{,}6 = 1{,}91$$

Vemos que γ_K siempre será mayor que el valor *0,93* γ ; por lo tanto la primera condición expresada para γ_B es innecesaria.

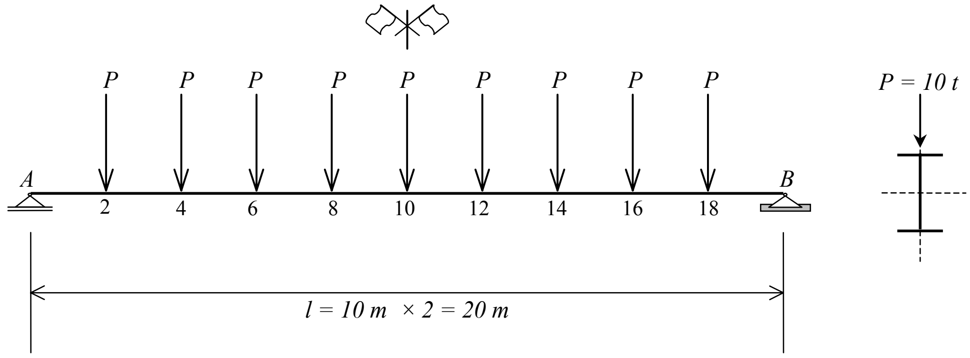
$$(\sigma_{adm})_B = 1.984 / 1{,}91 = 1.039 \ kg/cm^2$$

$$P_{adm}^{Aboll} = 1.039 \ kg/cm^2 \times 224{,}39 \ cm^2 = 233.141{,}21 \ kg < 280.487{,}50 \ kg$$

Con esto vemos que $P_{adm}^{Aboll} < P_{adm}^{Pandeo}$. Es decir que hay abollamiento prematuro y la carga admisible al abollamiento es la carga máxima con que se puede cargar a la columna.

Ejercicio N° 2:

Verificar al abollamiento el alma de la siguiente viga.



Datos:

- Destino B
- Recaudo II
- Cargas P
- Material: Acero F-24

De los datos puede inferirse:

$\gamma = 1{,}60$; $\sigma_F = 2.400\ kg/cm^2$

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_F}{\gamma} = \frac{2.400}{1{,}60} = 1.500\ kg/cm^2$$

$$\sigma_{comparación} = \sigma_{eq} = 1.500\ kg/cm^2$$

$$\tau \leq \tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} = 866\ \ kg/cm^2$$

Solicitaciones:

$Q_0 = Q_{máx} = R_A = R_B = 9 \times 10 / 2 = 45\ ton$

$Q_2 = 35\ ton$

$Q_4 = 25\ ton$

$Q_6 = 15\ ton$

$Q_8 = 5\ ton$

$M_2 = 45\ ton \times 200\ cm = 9.000\ tcm$

$M_4 = 45\ ton \times 400\ cm - 10\ ton \times 200\ cm = 16.000\ tcm$

$M_6 = 45\ ton \times 600\ cm - 10\ ton \times (400 + 200)\ cm = 21.000\ tcm$

$M_8 = 45\ ton \times 800\ cm - 10\ ton \times (600 + 400 + 200)\ cm = 24.000\ tcm$

$M_{10} = Mmáx = 45\ ton \times 1000\ cm - 10\ ton \times (800 + 600 + 400 + 200)\ cm = 25.000\ tcm$

$$W_{nec} = \frac{25.000\ \ tcm}{1{,}5\ \ ton / cm^2} = 16.667\ cm^3$$

$$f \cong 0.014 \times \frac{(\Sigma P) \times l^3}{E \times I_{nec}} \leq \frac{l}{300}$$

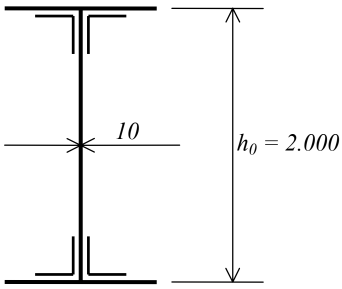
Por lo que:

$$I_{nec} \geq 0{,}014 \times 300 \times \frac{(\Sigma P) \times l^2}{E} =$$

$$I_{nec} \geq \ 0{,}014 \ \times \ 300 \ \ \times \ 90 \ ton \ \ \times \ (2.000 \ cm)^2 \ / \ 2.100 \ ton/cm^2$$

$$I_{nec} \geq \ 720.000 \ cm^4$$

Vamos al “Acero en la Construcción”, página 223, y elegimos:



Alma : 2000 – 10

4 L : 80 – 12

2 : 200 – 12

$$I_x = 1.835.000 \ cm^4$$
$$W_{x\,n} = 17.140 \ cm^3$$

Verificación de τ:

$$\tau = \frac{Q}{\Omega_{alma}} = 45 \ ton \ / \ (200 \ cm \ \ \times \ 1 \ cm) =$$

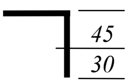
$$= 0{,}225 \ ton/cm^2 \ « \ 0{,}866 \ ton/cm^2 \ \therefore$$ Buenas Condiciones

Abollamiento:

(§ Capítulo 6 – CIRSOC 302)

Dispondremos rigidizadores bajo cada carga concentrada.

Tomando del Acero en la Construcción, pág 498: Gramiles de los 4 L de unión entre alma y ala.



$$b = ho - 2 \ \ \times \ 4.5 \ cm = 200 \ cm - 9 \ cm = 191 \ cm$$

$$\sigma_e = 0{,}901 \, . \, E \, . \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad [\text{ton/cm}^2]$$

$$= 0{,}901 \ \times \ 2.100 \ ton/cm^2 \ \times \ (1 \ / \ 191)^2 = 0{,}052 \ ton/cm^2 = 52 \ kg/cm^2$$

De Tabla 10:

$$\alpha = \frac{a}{b} \ = 200 \ cm \ / \ 191 \ cm \ = 1{,}05$$

$$\sigma_{1Ki} = k \times \sigma_e = 23{,}9 \times 52 = 1.239{,}6 \ kg/cm^2$$

$$\tau_{Ki} = k \times \sigma_e = (5{,}34 + 4/\alpha^2) \times 52 = 466{,}17 \ kg/cm^2$$

Por ser la sección simétrica y por no existir cargas longitudinales, resulta:

$\sigma_2 = \ -\sigma_1$ o sea $\psi = -1$

entonces:

$$\sigma_{VKi} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + 3 \times \tau^2}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1Ki}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{Ki}}\right)^2}}$$

- En una placa con $\tau = 0 \;\Rightarrow\; \sigma_{VKi} = \sigma_{1Ki}$
- En una placa con $\sigma_1 = 0 \;\Rightarrow\; \sigma_{VKi} = \tau_{Ki} \times \sqrt{3}$

Verificación de la placa de 0 a 2 m:

$\tau = 0{,}225\ ton/cm^2$

$\sigma_1 = \tau_{Ki} \times \sqrt{3} = 466{,}17 \times \sqrt{3} = 807{,}43\ kg/cm^2 < \sigma_p$

$\sigma_p = 0{,}8 \times \sigma_F = 0{,}8 \times 2400 = 1920\ kg/cm^2$

Por lo tanto:

$\sigma_{VKi} = \sigma_{VK} = 807{,}43\ kg/cm^2$

$$\gamma_B = \frac{\sigma_{VK}}{\sqrt{3 \times \tau^2}} = \frac{807{,}43}{\sqrt{3 \times 225^2}} = 2{,}07 \;\Rightarrow\; \gamma_B \geq \gamma_{Badm} = 0{,}93 \times \gamma = 0{,}93 \times 1{,}6 = 1{,}488$$

Como $\gamma_B \geq 1{,}488$ $\therefore$ Buenas Condiciones

Verificación de la placa de 8 a 10 m (Tensiones en el centro de la luz):

$\tau = 0$ por lo que

$\sigma_1 = 25.000\ tcm / 17.140\ cm^3 = 1{,}458\ ton/cm^2$

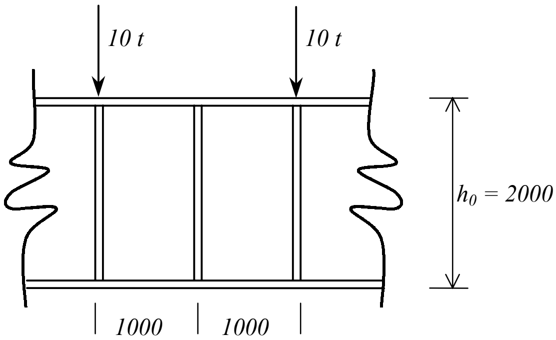
$\sigma_{VKi} = \sigma_{1Ki} = 1.239{,}6\ kg/cm^2 = 1{,}24\ ton/cm^2 < \sigma_p \quad \therefore$

$\sigma_{VKi} = \sigma_{1K} = 1{,}24\ ton/cm^2$

Entonces:

$$\gamma_B = \frac{1{,}24}{\sigma_1} = \frac{1{,}24}{1{,}458} = 0{,}85 < 1 \quad \therefore \quad \text{Malas Condiciones}$$

Probamos disminuir la distancia entre rigidizadores verticales. Si debemos disponer de un rigidizador vertical bajo cada carga concentrada, nos queda como posibilidad agregar uno o más rigidizadores entre las cargas. Probemos con 1 (uno):



$$\sigma_e = 0{,}901 \times E \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 52 \ {kg}/{cm^2}$$

De la Tabla 10, línea 4:

$\alpha = a / b = 1.000 / 1.910 = 0{,}524$

O sea:

$0{,}524 < ⅔ \rightarrow k = 15{,}87 + 1{,}87 / \alpha^2 + 8{,}6 \times \alpha^2 = 25{,}05$

$\sigma_{VKi} = \sigma_{1Ki} = k \times \sigma_e = 25{,}05 \times 52 = 1.302{,}56 < 1.920 \ kg/cm^2$

Por lo que:

$\sigma_{VK} = \sigma_{VKi} = 1.302{,}56 \ kg/cm^2$

$\gamma_B = \dfrac{\sigma_{VK}}{\sigma_1} = \dfrac{1{,}302}{1{,}458} = 0{,}893 < 1 \quad \therefore$ Malas Condiciones

Como vemos, no es solución. Posibles soluciones:

- Aumentar el espesor del alma.
- Disponer de rigidizadores horizontales.

Entonces, como solución, optamos por aumentar el espesor de la placa del alma. Intuitivamente vemos que esto implica una mayor resistencia al abollamiento.

Si lo razonamos con las fórmulas:

$$\sigma_e = 0{,}901 \, . \, E \, . \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

vemos que al aumentar *"t"*, aumenta el valor de σ_e, también aumenta σ_{1Ki} , con lo que aumenta $\sigma_{VKi} = \sigma_{1Ki}$ y aumenta también el coeficiente de seguridad al abollamiento γ_B. Además, σ_1 disminuye con el aumento del W_x.

Solamente con fines didácticos verificaremos el abollamiento en la misma placa, pero con las tensiones que corresponden al centro de la misma, es decir, para x = 9 m.

$Q_9 = Q_8 = 5 \ ton$

$M_9 = 45 \times 900 - 10 \times (700 + 500 + 300 + 100) = 24.500 \ tcm$

$\tau = 5\ ton\ /\ (200\ cm \times 1\ cm) = 0{,}025\ ton/cm^2$

$\sigma_1 = -\sigma_2 = 24.500\ tcm\ /\ 17.140\ cm^3 = 1{,}429\ ton/cm^2$

σ_e; σ_{1Ki} y τ_{Ki} seguirán siendo los mismos.

$$\sigma_{VKi} = \frac{\sqrt{1{,}429^2 + 3 \times 0{,}025^2}}{\sqrt{\left(\frac{1{,}429}{1{,}239}\right)^2 + \left(\frac{0{,}025}{0{,}466}\right)^2}} = = 1{,}239\ ton/cm^2 = 1.238{,}8\ kg/cm^2 < \sigma_p = 1.920\ kg/cm^2$$

Por lo que:

$\sigma_{VKi} = \sigma_{1Ki} = 1{,}239\ ton/cm^2$

$$\gamma_B = \frac{\sigma_{VK}}{\sqrt{\sigma_1^2 + 3 \times \tau^2}} = \frac{1{,}239}{\sqrt{(1{,}429)^2 + 3.(0{,}466)^2}} = 0{,}866 < 1 \quad \therefore \quad \text{Malas Condiciones}$$

Nuevamente nos encontramos en malas condiciones de seguridad al abollamiento. Debemos redimensionar la viga, adoptando otro perfil, con mayores espesores u otros recursos que se traduzcan en un aumento del valor de W_x para disminuir el valor de σ_1.